

Zadania na zachowanie przedmiotu

1. Metodę wyznaczenia wartości własych macierzy i stosując metodę uśredniania stałych rozwiązać układ równań

$$\vec{y}'(t) = A \vec{y}(t) + \vec{h}(t),$$

gdzie

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{h}(t) = \begin{bmatrix} e^t \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. Wyznaczyć rozwiązanie równania

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4 \sin x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 4 \cos^2 x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} +$$

$$+ 2 \cos x \frac{\partial u}{\partial y} = 0,$$

spełniające warunki

$$\begin{cases} u(x, -2 \cos x) = 16x^3 \\ \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y = -2 \cos x} = 16x \end{cases}$$

c.d.

3. Rozwiązać problem graniczny

$$(1+x^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (1+y^2) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + x \frac{\partial u}{\partial x} - y \frac{\partial u}{\partial y} = 0,$$

$$\begin{cases} u(x, 0) = \varphi_0(x) \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) = \varphi_1(x) \end{cases}$$

4. Wyznaczyć rozwiązanie ogólne równania

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 4y$$

5. Znaleźć powierzchnię całkową x -nie

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{u-x}{3y^2} \frac{\partial u}{\partial y} = 1$$

przechodzącej przez łuk

$$M: \begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = 3\sqrt{t} \\ u = 0 \end{cases}$$

6. Metodą charakterystyk wyznaczyć rozwiązanie ogólne oraz rozwiązać problem graniczny

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 5 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$\begin{cases} u(x, y) = \varphi(x) & \text{na charakterystyce } x-y=0 \\ u(x, y) = \varphi_1(x) & \text{na charakterystyce } 5x-y=0 \end{cases}$$

c. d.

7. Metodę wyznaczenia wartości własnych macierzy oraz stosując dalej metodę uśredniania stacyle rozpraszaloidal równań różniczkowych

$$\vec{y}'(t) = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \vec{y}(t) + \begin{bmatrix} e^t \\ 1 \end{bmatrix}$$

8. Sprowadzić równanie do postaci kanonicznej i rozpraszaloidal

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 9 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 6 \left(\frac{\partial u}{\partial x} - 3 \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0$$

9. Rozpraszaloidal równanie

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 3x^2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \\ u(0, y) = y^2 \\ u(x, 0) = x^3 \end{cases}$$