10 ZADAŃ

Zadania domowe dla ML-DU, 26 XI 2019 r.

1. Rozwiązać równanie w dziedzinie zespolonej
$$z^3 - 2z^2 + (2+i)z - (1+i) = 0.$$

2. Obliczyć $|z|$, $\mathrm{Arg}\, z$ – argument główny liczby z oraz przedstawić liczbę z w postaci trygonometrycznej, wykładniczej, algebraicznej (tzn. $z = a+bi$):
$$z = \left(\frac{2+2i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{10}$$

3. Wyznaczyć wszystkie pierwiastki stopnia 3-go z liczby $z=1$, podać ich interpretację geometryczną. Sporządzić odpowiedni rysunek. Pierwiastki przedstawić w postaci: trygonometrycznej, wykładniczej, algebraicznej.

4. Wyznaczyć wszystkie liczby zespolone z będące rozwiązaniami równania
$$z^3 = (1+iz)^3.$$

5. Wyznaczyć rząd macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 6 & -2 & -5 \\ 9 & -3 & m \end{bmatrix}$$

w zależności od wartości parametru $m \in \mathbb{R}$.

6. Wyznaczyć $\det X$ jeśli $A^{-1} \cdot X \cdot A = B^T$, gdzie A jest dowolną macierzą odwracalną oraz $\det B = 3$. Uzasadnić!

7. Uzasadnić stosując twierdzenie Kroneckera-Capelli'ego, że układ równań jest niesprzeczny i rozwiązać go,

$$\begin{cases} x - 2y + z - t = 1 \\ -3x + 6y - 2z + 5t = -2 \\ -2x + 4y - z + 4t = -1 \end{cases}$$

8. Wyznaczyć macierz odwrotną A^{-1}, jeśli

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

(Wykonaj sprawdzenie np. $A^{-1} \cdot A = I$?)

9. Rozwiązać układ równań i podać interpretację geometryczną rozwiązania:

a) $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 2x - 3y + z = -2 \\ 5x - 10y + 5z = -7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y + z = -1 \\ 2x + 2y - 3z = -2 \\ 3x - 5y + 7z = 13 \end{cases}$.

Wybrać jeden z układów a) lub b).

10. Wyznaczyć wartości własne i wektory własne (ew. uogólnione wektory własne) macierzy A. Podać interpretację geometryczną ~~wektorów wł~~ zbioru V_λ wektorów własnych (ew. uogólnionych wektorów własnych) odpowiadających wartości własnej λ, w przestrzeni $\mathbb{R}^3$, jeśli

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$