

Przykładowe kolokwium 1. dla ML DU

Zadanie 1 podane jest w dwóch wersjach

1a) Stosując twierdzenie Kroneckera Capelli'ego rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} x - y + z - 2s + t = 0 \\ 2x + 4y - z + s + 3t = 9 \\ x - 8y + 5z - 9s + t = -10 \end{cases}$$

b) Rozwiązać równanie macierzowe (najpierw symbolicznie)

$$XA - 2XB = CD$$
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 3y + z = 3 \\ 3x + y + 2z = 5 \end{cases}$$

dwiema wybranymi metodami : a) stosując macierz odwrotną lub b) stosując wzory Cramera lub c) stosując działania elementarne na wierszach, tj. schemat

$$[A|B] \xrightarrow[\text{na wierszach}]{\text{operacje elementarne}} [I|X]$$

2. a) Wyznaczyć wartości własne i wektory własne (ew. uogólnione wektory własne) macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

b) Wyznaczyć na płaszczyźnie zespolonej zbiór punktów opisanych nierównościami

$$\left| \frac{z}{i} + 3 \right| > 1 \wedge \operatorname{Im} z \leq -2.$$

3. a) Wyznaczyć wszystkie pierwiastki wielomianu

$$w(z) = z^3 + (1 + 3i)z^2 - (1 + 2i)z + 5i - 1$$

b) Obliczyć i zapisać w postaci trygonometrycznej , wykładniczej i kartezyjskiej liczbę zespoloną

$$\left(\frac{(1 - i\sqrt{3})^5}{\sqrt{3} + i} \right)^4$$