II CPDI

18.01.2019r.

(1) $\vec{y}'(t) = A\vec{y}(t) + \vec{h}(t)$, $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$, $\vec{h}(t) = \begin{bmatrix} e^{3t} \\ 0 \end{bmatrix}$

a) $\vec{y}'(t) = A\vec{y}(t)$

b) $\vec{y}'(t) = A\vec{y}(t) + \vec{h}(t)$

(2) $x\frac{\partial z}{\partial x} - y\frac{\partial z}{\partial y} = z^2(x-3y)$

a) wyznaczyć rozwiązanie $z = z(x,y)$ spełniające warunek $z(1,y) = -\frac{1}{y}$.

b) Sprawdzić, że otrzymane rozwiązanie $z = z(x,y)$ spełnia równanie cząstkowe (2).

(3) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 5\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 36 = 0$

a) Określić typ równania i sprowadzić je do postaci kanonicznej

b) Rozwiązać otrzymane równanie

c) Wyznaczyć rozwiązanie szczególne $u = u(x,y)$, które:

$$\begin{cases} (1)\ u(x,y) = x^3 & \text{na charakterystyce } x+y=0 \\ (2)\ u(x,y) = 2x & \text{—"— \ "— } y-5x=0 \end{cases}$$

(4) $xz\frac{\partial u}{\partial x} + 5yz\frac{\partial u}{\partial y} - (x^2+y^2)\frac{\partial u}{\partial z} = 0$

a) Wyznaczyć rozwiązanie ogólne $u = u(x,y,z)$

b) Wyznaczyć rozwiązanie szczególne $u = u(x,y,z)$ spełniające warunek $u(1,y,z) = 5 + y^2 + 5z^2 + \frac{1}{y}$.
Wykonać sprawdzenie, że otrzymane rozwiązanie $u = u(x,y,z)$ spełnia równanie cząstkowe (4).